

力学モデルと空間充填モデルの併用による アイテム集合付きネットワークの可視化手法

伊藤貴之[†] Chris Muelder^{††}
Kwan-Liu Ma^{††} 瀬々潤[†]

アイテム集合付きネットワークとは、ネットワークを構成する各ノードが1個以上のアイテムと呼ばれる属性を有するネットワークを指す。例えばソーシャルネットワークにおいて、人間をノードとすると、友人関係がエッジ、各個人の所属や属性がアイテムに相当する。本報告では、アイテム集合付きネットワークを効果的に可視化するためのノード配置の一手法を提案する。本手法ではまず、ノードの接続性およびアイテム共通性の双方から、ノード群に対して階層的にクラスタリングを適用する。続いて本手法では、力学モデル配置手法でクラスタごとのノード配置を求め、空間充填モデル配置手法によりそれを修正して良好な配置結果を求める。本報告ではマイクロアレイ発現率実験結果から得られるアイテムを付与された遺伝子ネットワークを題材として、本手法の有用性を検証する。

Visualization of Item-Set-Embedded Network By A Hybrid Space-Filling and Force-Directed Layout Method

Takayuki Itoh[†] Chris Muelder^{††}
Kwan-Liu Ma^{††} Jun Sese[†]

Item-Set-Embedded Network is a network whose nodes have one or more items. In case of social networks, humans correspond to nodes, their friendships correspond to edges, and their affiliations or attributes correspond to items. This paper presents a new node layout technique for visualization of item set network. The technique firstly applies clustering to the nodes taking both connectivity and correlation of items into account. It then places the clusters of nodes by a hybrid space-filling and force-directed layout method. This paper demonstrates effectiveness of the technique using a gene network whose node have items brought by microarray expression experiments.

1. 概要

私達の日常には、ネットワーク（またはグラフ）を構成している情報は非常に多く存在する。これらを視覚的にわかりやすく可視化するための基礎研究分野として、グラフ描画（Graph Drawing）が知られており、複数の著名な国際会議ができるほど大きな学術分野に成長している。グラフ描画における最大の問題点の一つは、ノードの配置に一意性がないという点である。このことからグラフ描画の研究において、ノード配置問題は最も活発なテーマの一つである。

一方で、実社会の情報から得られるネットワークデータは大規模化・複雑化・多変数化の一途をたどっており、その中に潜む情報を理解するのは困難であることが多い。本報告で扱う「アイテム集合付きネットワーク」はその典型的な例である。本報告ではアイテム集合付きネットワークを、各ノードが1個以上のアイテムを有するネットワーク、と定義する。例えば人間関係を表すソーシャルネットワークにおいて、人間をノードとすると、友人関係をリンクで表わし、各個人の所属や属性をアイテムで表わすことができると考えられる。例えば本報告の筆頭著者である伊藤は「お茶の水女子大学」「准教授」といったアイテムを有している、と考えることができる。実社会の情報から得たネットワークデータにおいて、各ノードがリンクとアイテムを有し、リンク接続性とアイテム共有性の双方からの分析が有用である、といった事例は多々存在する。にもかかわらず、アイテムに注目したネットワーク分析の歴史はまだ浅く、そのための可視化手法も（著者の知る限り）非常に例が少ない。

著者らはアイテム集合付きネットワークの可視化のためのノード配置手法について、以下のような要件を設定した。

[要件 1] 共通のアイテムを有するノードを、画面上の近い位置に配置する。

[要件 2] リンクの長さの総計を減らし、リンク間の交差数を減らす。

[要件 3] ノードの画面上の重なりを回避する。

[要件 4] 画面占有面積を低減する。

[要件 5] 計算時間の増加を抑える。

本報告では、これらの要件の両立を目指したノード配置手法を提案する。本手法では、グラフ描画の分野で既によく知られた力学モデルに基づく手法[1][2]と、近年発表された空間充填モデルに基づく手法[3]の組み合わせによって、上記の5要件の両立を目指す。本手法ではまず、リンク接続性とアイテム共通性の双方を考慮して、ネットワークを構成するノードに対して階層的にクラスタリングを適用する[4]。続いて本手

[†] お茶の水女子大学 大学院人間文化創成科学研究科
Graduate School of Humanities and Sciences, Ochanomizu University

^{††} カリフォルニア大学デービス校
University of California, Davis

法では、空間充填モデルに基づく階層型データ画面配置手法[3][4]を適用し、クラスタリングされたノードを画面配置する。ただしこの手法では、次章に示す予備実験からもわかるように、上述の5要件全てを満たすことが難しい。この問題を解決するために本手法では、1個以上のアイテムを有するノード群のクラスタを画面配置するために、まず力学モデルに基づく配置手法[1][2]を適用して要件1,2を満たすようにクラスタを配置し、続いて空間充填モデルに基づく配置手法[5]を適用してクラスタ配置結果を修正することにより、要件1,2だけでなく要件3,4をも満たす配置結果を実現する。

本報告では、6000種類以上の遺伝子を、相互作用実験結果でネットワーク化し、マイクロアレイ発現率実験結果から得られるアイテムを付加したデータ[6]に対して、本手法を適用した結果を示すことで、本手法の有用性を検証する。

2. 関連研究

2.1 力学モデルに基づくノード配置手法

力学モデル (Force-Directed) に基づくノード配置手法[1][2]は、グラフ描画において最も普及した手法の一つである。この手法では、グラフ/ネットワークを構成するエッジにバネの力学モデルを仮想し、そのリンクの長さを最適化することで、適切なノード配置結果を得る。上述の要件2において優れている手法である。

力学モデルに基づく手法の多くの実装は、一意性のない初期位置からの反復処理によって、ノード配置結果を算出する。そのため、配置結果にも一意性がないこと、計算時間が非常に大きくなる場合があること、などの大きな問題点が残っている。それにも関わらず、力学モデルに基づくノード配置手法は、配置結果の美しさと読みやすさ故に、非常に多くのアプリケーションに採用されている。

2.2 空間充填モデルに基づく階層型グラフ配置

空間充填モデル (Space-Filling) に基づくノード配置手法[3]は、まずグラフ/ネットワークを構成するノードをリンク接続性に基づいて階層的なクラスタリングを適用し[4]、続いてクラスタリング結果に対して階層型データ画面配置手法[5][7]を適用することで、ノードを画面配置する。上述の要件3,4,5において優れている手法である。

空間充填モデルに基づく手法は、クラスタ間の接続性の可視化には優れているが、クラスタをまたぐ個々のノード間の接続性の理解には工夫が必要である。また、クラスタリング手法の選択によって可視化結果が大きく変わる可能性がある、という懸念もある。しかし、数十万ノード規模の巨大なグラフを (クラスタリング処理を除けば) 1秒以内で描画できる、というメリットは非常に大きい。またグラフ描画の研究において、各ノード間の接続性の表現よりもクラスタ間の接続性の表現を重視した手法は注目されており[8]、その意味では今後の発展が期待される手法である。

階層型データの空間充填モデルとしては Treemaps という手法が特に知られており、

その改良手法の中でも Quantum Treemap[5]という手法によるノード配置結果は、本研究の目的に合致しており、文献[3]でも採用されている。それに対して本報告の提案手法は、著者ら自身が提案した空間充填モデルに基づく手法[7]を採用している。その最大の理由は、一連の Treemaps 手法にはクラスタの画面上の位置を自在に制御する手段がないのに対して、著者らの手法[7]では理想位置を記述したテンプレートを参照することでクラスタの画面上の位置を自在に制御できるからである。

3. 提案内容

3.1 データ構造

本手法で扱うグラフ/ネットワークを $G = \{N, L\}$ とする。ここで $N = \{n_1, \dots, n_{n_N}\}$ はノードの集合であり、 n_N はノードの総数である。ノード n_i は m 次元のブーリアン変数 $n_i = \{b_1, \dots, b_m\}$ を有するとする。ここでノード n_i が j 番目のアイテムを所有するときに限り、 b_j は真であるとする。また、 $L = \{l_1, \dots, l_{l_L}\}$ は2個のノード間を連結するリンクの集合であり、 l_L はリンクの総数である。このグラフ/ネットワーク G において、ノードおよびリンクには重みはつけられていないものとする。

また本手法では処理過程において、 G から階層型グラフ $G' = \{C, E\}$ を生成するものとする。ここで $C = \{c_1, \dots, c_{n_C}\}$ は各々が1個以上の子ノードおよび子クラスタで構成される階層型クラスタであり、 n_C はクラスタの総数であるとする。各々のクラスタ c_k は、子ノードと同様に m 次元のブーリアン変数 $c_k = \{b_1, \dots, b_m\}$ を有するものとする。また $E = \{e_1, \dots, e_{n_E}\}$ は後述する方法で生成されるクラスタ間エッジであり、 n_E はエッジの総数である。各々のエッジ e_i には、後述する方法で重み w_i が算出されるものとする。

3.2 階層的クラスタリング

本手法がクラスタリングによって構築する階層構造を図1に示す。本手法ではまずノードを、アイテムを1個以上有するノードと、全く有さないノードに分類する。続いて本手法では、アイテムを1個以上有するノード群のクラスタ (図1(3)参照) において、全く同一のアイテム集合を有するノード群が1クラスタを構成するように、ノードを分類する。さらに本手法では各クラスタにおいて、ノード間の接続性に基づいて、密接に連結されているノード群が1クラスタを構成するように、階層的にノードをクラスタリングする。著者らの実装では、Fast Modularity [4] というオープンソース型のグラフクラスタリングアルゴリズムを利用している。最後に本手法では、アイテムを1個以上有するノード群のクラスタを束ねる1個のクラスタ (図1(2)参照) を形成し、これを階層構造の根に連結させる。それに対して、アイテムを全く有さないノード群のクラスタ (図1(4)参照) を、1個のクラスタに束ねずに、階層構造の根に直接連結させる。このような階層構造を採用する理由については3.3節で後述する。

以上の処理によるノードの階層的クラスタリングは、本手法において最も大きな計

算量を占める。しかし、これはデータが構築された際に一度だけ適用すればよい処理なので、この計算量が実用上の大きな問題になることはないと考えられる。

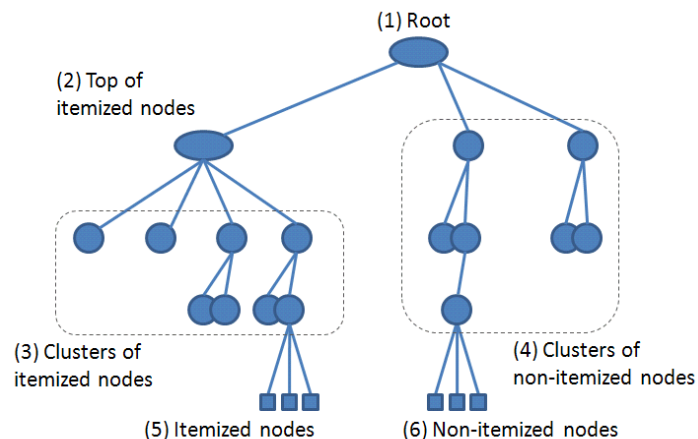


図1 本手法におけるノードの階層的クラスタリング。

3.3 空間充填モデルに基づく階層型データの画面配置

1章でも議論したとおり、本手法では3.2節に示す手法で構築された階層型データ全体に対して、空間充填モデルに基づく階層型データ画面配置手法を適用して画面配置する。これによって、データ全体の画面配置において要件3,4,5を満たすことを目指す。本手法における画面配置の概略を図2に示す。本手法では階層型データを表す各クラスタを、上位階層が外側、下位階層が内側に配置された入れ子状の長方形領域で表現する。このような配置により、1個以上のアイテムを有するノードが画面の中央部(図2(2)に示す長方形内部)に集約される。アイテム集合付きネットワークの可視化では多くの場合において、アイテムを有するノード間の接続性の分析が最も興味深い。これを有効に可視化するために、図1(2)に示すように本手法では、1個以上のアイテムを有するノードで構成されるクラスタを束ねる階層を設け、これらのクラスタを図2(2)に示す長方形領域の内部に結集させるように画面配置する。

著者らが採用する階層型データ画面配置手法[7]は、階層構造の下位階層から出発して上位階層に向けて、ボトムアップ的に各ノードおよび各クラスタの画面上の位置を算出する。その処理手順を以下に示す。

1. アイテムを有するノード群を構成するクラスタの下位階層(図1(3)における下位階層)に画面配置を適用し、図2(3)が表す長方形領域を形成する。

2. 1.で画面配置されたクラスタを囲むクラスタ(図1(2)配下のクラスタ)に画面配置を適用し、図2(2)が表す長方形領域を形成する。
3. 階層構造の根に直結されたクラスタ(図1(2)(4)が表すクラスタ)に画面配置を適用し、図2(1)が表す長方形領域を形成することで、データ全体を表現する。

本手法では上記の処理手順のうち3.について、階層型データ画面配置手法[7]をそのまま適用する。処理手順のうち1.と2.については、3.4節で後述するとおり、力学モデルと空間充填モデルを併用した新しい画面配置手法を適用する。

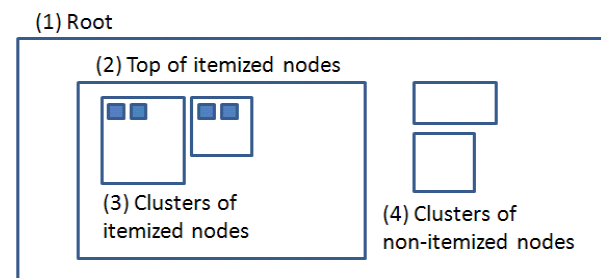


図2 本手法における階層型データ画面配置の概略。

3.4 力学モデルと空間充填モデルの併用による画面配置

3.3節で論じた空間充填モデルは、ノードやクラスタの遮蔽回避、画面空間の有効利用、計算時間の低減などを目指した手法であり、1章で論じた要件3,4,5を満たすものである。しかし、この手法では要件1,2を満たすことは難しい。この点は、階層化されたグラフ/ネットワークの下位階層の配置(3.3節に示した処理手順の1.)ではあまり問題にならないが、上位階層の配置において大きな問題となる。一方で2.1節にて論じたとおり、グラフ描画の分野で最も普及している力学モデルに基づく画面配置手法は、要件2において空間充填モデルに基づく手法よりも優れている。そこで本手法では、上位階層の配置(3.3節で示した処理手順の2.および3.)において、力学モデルと空間充填モデルを併用した新しいアルゴリズムを採用することで、1章に示した5つの要件すべてを満たすことを目指す。

ここで、画面配置対象となる階層型部分グラフを $G' = \{C, E\}$ とする。このとき本手法では、以下の2条件の最低1個を満たす2クラスタ c_i および c_j の間にエッジ e_k を生成するものとする。なお、この条件に基づいて生成されたエッジには、クラスタ間のリンクの個数、両クラスタともに真であるブーリアン変数の次元数、の両者に基づく重みが算出される。詳しくは文献[9]を参照していただきたい。

エッジ生成条件1 c_i の中の最低1個のノード n_i と、 c_j の中の最低1個のノード n_j が、

リンクで接続されている。

[エッジ生成条件 2] c_i の最低 1 個のブーリアン変数 b_k が真であり、かつ c_j においても b_k が真である、という関係が 1 個以上の次元について成立する。

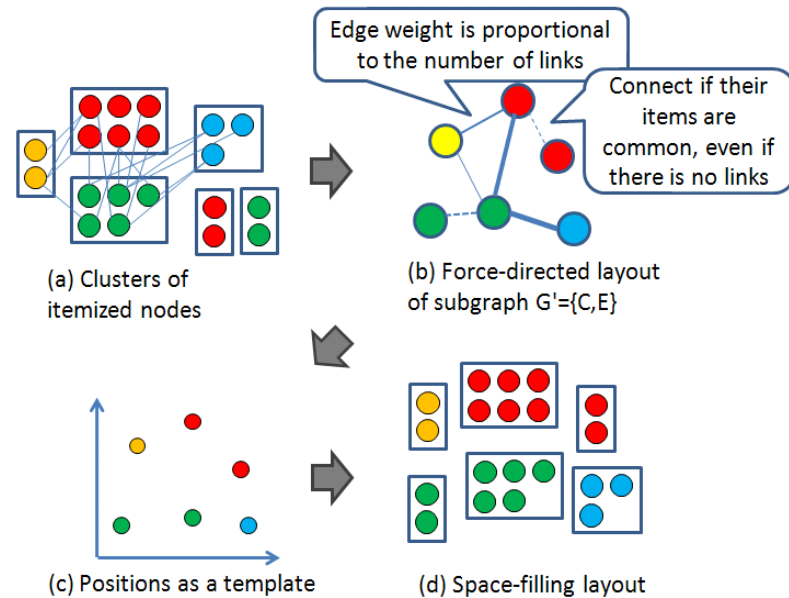


図3 力学モデルと空間充填モデルの併用によるノード配置。

図 3(a)は本手法を適用する階層型部分グラフの例であり、図 3(b)はこれを構成するクラスタ間にエッジを生成した例である。本手法ではこの階層型部分グラフに対して、力学モデルに基づく画面配置手法を適用して、各クラスタの位置を決定する。これにより、アイテムを共有するクラスタ間の距離を縮めるように、かつリンクで連結されているクラスタ間の距離を縮めるように画面配置を実現する。これにより、要件 1,2 を満たすことを目指す。また、一般的に $n_C \ll n_N$ であるため、クラスタを単位として力学モデルを適用する本手法は、ノードを単位として力学モデルを適用するよりも格段に計算時間を低減できる。なお著者らの実装では、Lin-Log [1] というオープンソース型の画面配置アルゴリズムを利用している。

続いて本手法では、図 3(c)(d)に示すように、力学モデルに基づく画面配置結果を記

述したテンプレート (図 3(3)) を参照して、空間充填モデルに基づく著者ら自身の画面配置手法 [7] を適用することで、力学モデルに基づく画面配置結果を修正する。この空間充填モデルでは、

- ノードやクラスタが画面上で重ならない
 - 画面占有面積を低減する
 - テンプレートに記載された位置のできるだけ近くにクラスタを配置する
- の 3 条件を満たすように画面配置を実現する。これにより、力学モデルに基づいた画面配置結果で要件 1,2 を満たしている状態をできるだけ保持しながら、要件 3,4 を同時に満たすような画面配置結果を実現する。

3.5 ノードとリンクの描画

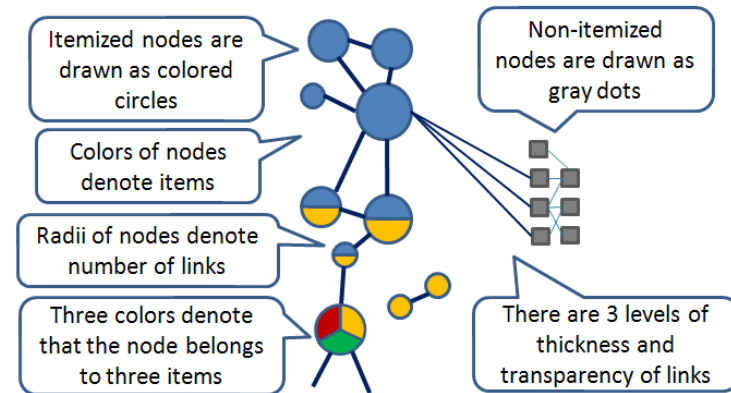


図4 ノードとリンクの描画

著者らの実装におけるノードとリンクの描画方法を、図 4 に示す。著者らの実装ではアイテムごとに固有の色を与え、その色でノードを丸く描画する。複数のアイテムを有するノードについては、円形のノードを円グラフ風に分割して、各部分領域を各アイテムの色で塗る。多くの場合において、リンクを多く所有するノードは重要であることから、著者らの実装ではリンク数に比例した半径で、アイテムを有するノードを塗る。なお、アイテムを有さないノードについては、小さい灰色のドットで塗る。

またリンクの描画に際して、著者らの実装ではリンクを

1. アイテムを有するノードどうしを連結するリンク
2. アイテムを有するノードと、アイテムを有さないノードを連結するリンク
3. アイテムを有さないノードどうしを連結するリンク

の 3 種類に分類し, 1.を最も明るい色で描画し, 3.を最も透明度の高い状態で目立たないように描画する.

3.6 その他の機能

著者らの実装では, その他の機能として以下を実装している. 詳しくは文献[9]を参照していただきたい.

[クラスタ内のノード位置の交換] 空間充填モデルに基づく画面配置手法では一般的に, 最下位クラスタ配下にあるノードを格子状に配列する. このとき, エッジの長さの総計が最小になるようにクラスタ内のノード位置を交換し合うことで, より要件 2 に合致した配置結果が得られる.

[部分拡大表示] アイテムを有するノードで構成されるクラスタの拡大表示率と, アイテムを有さないノードで構成されるクラスタの縮小表示率を対話的に調節することで, アイテムを有するノードの各々と, それ以外のノードのクラスタとの接続性を可視化しやすくする機能を提供する.

[特定のアイテムに注目した対話的な配置修正] 特定のアイテムを有するノードで構成されるクラスタのうち, 最も大きなものに着目し, 同一アイテムを有する他のクラスタをその近くに配置修正することで, 特定のアイテムを有するノード間の接続性を可視化しやすくする機能を提供する.

4. 実行結果

著者らは提案手法をJava Development Kit 1.5.0を用いて実装し, MacBook Pro (CPU 2.2GHz, RAM 2.0GB) およびWindows XP Service Pack 2 を用いて実行した. 以下, 遺伝子ネットワークを用いた適用事例および, グラフ描画に関する従来手法との比較結果について検討する.

4.1 遺伝子ネットワークにおける適用事例

著者らが適用事例として用いたアイテム集合付きネットワークは, 酵母菌の細胞を構成する 6152 種類の遺伝子から構成されるものである. 著者らはこの遺伝子を 6152 個のノードとして扱い, これらの遺伝子群について現時点で判明している相互作用関係から 7564 本のリンクを生成した. さらに著者らは, この遺伝子に対するマイクロアレイ発現率測定結果を参照し, d-COPINE[6] というアルゴリズムにより, 発現率に関する 10 種類の条件式を設定した. この 10 種類の条件式の各々に対する各遺伝子の真偽を, 著者らは 10 種類のアイテムとして扱うことにした.

この適用事例における可視化結果を図 5 に示す. 少なくとも著者らは, この可視化結果は 1 章に示した要件 1~4 をある程度満たしていると判断している. この可視化結果を得るために要した計算時間の内訳は, 階層型クラスタリングに 21.3 秒, 力学モデル計算に 2.6 秒, 空間充填モデル計算に 1.7 秒, その他の計算に 0.4 秒であった. 本報

告では紙面の都合により, 可視化結果全体の図示を割愛し, 1 個以上のアイテムを有するノード群を集約した部分のみを図示する. また図 5 において左右の図は全く同一であるが, 記号 A~F を読みやすくするために 2 枚表示している.

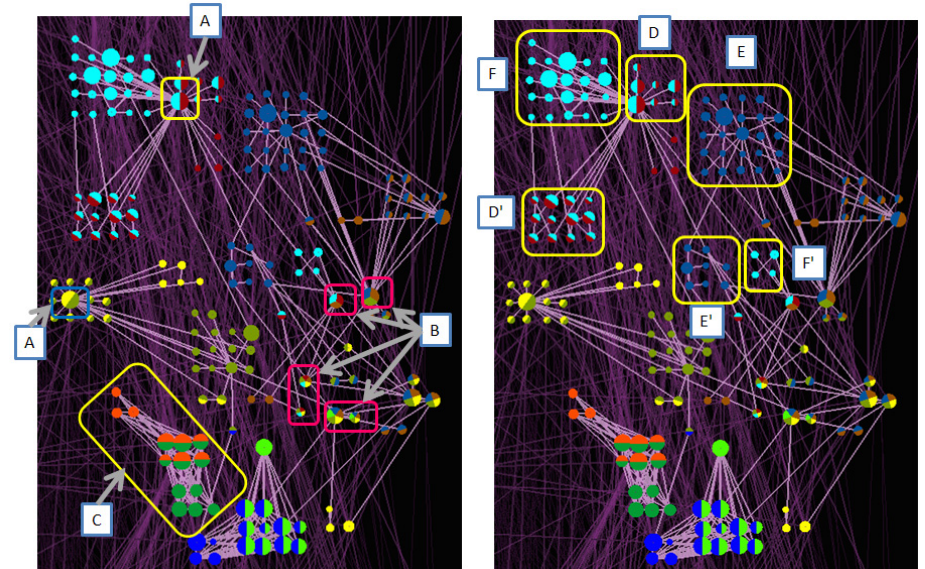


図 5 遺伝子ネットワークへの適用事例における可視化結果.

図 5 において[A]は, 非常に多くの遺伝子との相互作用を有するという意味で中心的役割を担う遺伝子である. また[B]は, 発現率に関する多くの条件に該当する遺伝子であり, 多くの場合において多機能性を有する遺伝子である. 本適用事例では, このような重要な遺伝子を発見しやすいような可視化結果が得られていることがわかる.

また図 5 において[C]は, 発現率に関する 2 種類の条件に合致する遺伝子が, 他の条件に合致する遺伝子群から孤立した部分ネットワークを形成していることがわかる. この可視化結果は, 遺伝子ネットワークに関する有用な知見を表現しているだけでなく, d-COPINE アルゴリズムによる適切な発現率条件の発見を実証しているといえる.

また図 5 において[D]と[D'], [E]と[E'], [F]と[F']は, それぞれ全く同一の発現率条件に該当する遺伝子群であるにもかかわらず, 相互作用に基づく接続性によって 2 つずつのクラスタに分類されている. このようにクラスタが分割される遺伝子学的な理由については, 現時点でわかっていない. 逆にいえば, 本可視化結果は遺伝子分析における新しい研究テーマを示している可能性がある, と考えられる.

4.2 力学モデル・空間充填モデルを併用しなかった場合との比較

従来手法との比較の一環として著者らは、4.1 節で用いたデータと全く同一のデータに対して、階層的クラスタリングおよび空間充填モデルを全く適用せず、力学モデルに基づく画面配置手法[1]をそのまま適用した。その結果、同一の計算環境で100回の反復計算に267.5秒を要し、それでも配置結果は収束しなかった。これに対して、提案手法における画面配置計算時間は4.7秒と、大幅に低減されていることがわかる。

また、従来手法との別の比較の一環として著者らは、同一のデータに対して、力学モデルを適用せず、階層的クラスタリングと空間充填モデルに基づく画面配置手法を適用した。ここでは以下の2種類の階層的クラスタリングを適用した画面配置結果と、提案手法による画面配置結果を比較する。

[HG1] 1個以上のアイテムを有するノード群を、まずアイテムの共通性でクラスタリングし、続いてノードの接続性でクラスタリングして構成される階層型グラフ。

[HG2] 1個以上のアイテムを有するノード群を、まずノードの接続性でクラスタリングし、続いてアイテムの共通性でクラスタリングして構成される階層型グラフ。

画面配置結果の評価基準には、主に要件1,2の満足度を評価するために、同一のアイテムを有するノード間の距離、リンクの長さ、リンク間の交差数、の3点を採用した。

表1 力学モデル適用の有無と画面配置結果の数値評価。

	HG1	HG2	提案手法
ノード間距離 (最大)	2.133	2.374	2.155
ノード間距離 (平均)	0.827	0.879	0.776
リンクの長さ (最大)	2.089	1.389	1.326
リンクの長さ (平均)	0.567	0.254	0.255
リンク間の交差数	5123	1746	1489
計算時間 (秒)	1.3	1.2	4.7

表1に数値評価結果を示す。この結果から、HG1ではリンクの長さおよび交差数で他手法より劣っており、HG2ではノード間距離において他手法において劣っていることがわかる。それに対して提案手法は、計算時間こそHG1およびHG2に比べて増大しているものの、ノード間距離、リンクの長さ、リンク間の交差数、のいずれの評価基準においても他手法と比べて遜色ない結果が出ており、他手法と比較して要件1,2の満足度が高いことがわかる。なお以上の評価から得られる可視化結果の視認比較については、文献[9]を参照していただきたい。

5. まとめ

本報告では、力学モデルと空間充填モデルに基づく2種類の画面配置手法の併用により、アイテム集合付きネットワークを効果的に可視化する手法を提案した。また遺伝子ネットワークに対する適用事例を示すとともに、力学モデル・空間充填モデルを併用しない手法との比較により提案手法の有用性を検証した。

今後の課題として、より大規模なデータにおけるスケーラビリティの検証、より多量のアイテム集合を有するデータに対する描画手法の改良、主観評価に基づく有用性の検証、などがあげられる。また遺伝子ネットワーク以外の適用事例にも着手したい。現時点で著者らは、ソーシャルネットワークの可視化、ウェブサイト上のアクセスパターン可視化、文書間の関連性を表すネットワークの可視化、などに本手法への適用を試みている最中である。

参考文献

- 1) S. Hachul, M. Junger, An Experimental Comparison of Fast Algorithms for Drawing General Large Graphs, *Graph Drawing 2005*, 235-240, 2005
- 2) 土井, 伊藤, 力学モデルを用いた階層型グラフデータ画面配置手法の改良手法とウェブサイト視覚化への応用, *芸術科学会論文誌*, 3(4), 250-263, 2004.
- 3) C. Muelder, K.-L. Ma, A Treemap Based Method for Rapid Layout of Large Graphs, *Proceedings of IEEE Pacific Visualization Symposium 2008*, 231-238, 2008.
- 4) A. Clauset, M. E. J. Newman, C. Moore, Finding Community Structure in Very Large Networks, *Physical Review*, E70, 066111, 2004.
- 5) T. Itoh, Y. Yamaguchi, Y. Ikehata, Y. Kajinaga, Hierarchical Data Visualization Using a Fast Rectangle-Packing Algorithm, *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 10(3), 302-313, 2004.
- 6) M. Seki, J. Sese, Identification of Active Biological Networks and Common Expression Conditions, *8th IEEE International Conference on BioInformatics and BioEngineering*, 2008.
- 7) B. Bederson, B. Schneiderman, Ordered and Quantum Treemaps: Making Effective Use of 2D Space to Display Hierarchies, *ACM Transactions on Graphics*, 21(4), 833-854, 2002.
- 8) D. Holten, Hierarchical Edge Bundles: Visualization of Adjacency Relations in Hierarchical Data, *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (Proceedings of IEEE Information Visualization 2006)*, 12(5), 741-748, 2006.
- 9) T. Itoh, C. Muelder, K.-L. Ma, J. Sese, A Hybrid Space-Filling and Force-Directed Layout Method for Visualizing Multiple-Category Graphs, *IEEE Pacific Visualization Symposium*, 121-128, 2009.